

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

1. Ако је краћа катета тог троугла a , онда је дужа $a\sqrt{3}$, а хипотенуза $2a$, па је $60 + 20\sqrt{3} = 3a + a\sqrt{3} = a(3 + \sqrt{3})$, одакле је $a = 20\text{cm}$ (15 бодова). Површина је $P = \frac{1}{2} a \cdot a\sqrt{3} = 200\sqrt{3}\text{cm}^2$ (5 бодова).

$$2. \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} - 1 + \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2} - (\sqrt{2}+1) + \sqrt{2}(\sqrt{2}+1)}{\sqrt{2}+1} \\ = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{2} - 1 + 2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} = \frac{1 + \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} = 1.$$

Дакле, дати број је рационалан (20 бодова).

3. Нека су $AD = t_a$ и $BE = t_b$ тежишне дужи датог троугла ABC . Тада је $ED \parallel AB$, $ED = \frac{1}{2}AB$ и $P_{ADC} = 4P_{EDC}$ (8 бодова). Како је $ABDE$ четвороугао са нормалним дијагоналама, то је $P_{ABDE} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 10 = 30\text{cm}^2$ (8 бодова), па је $P_{EDC} = 10\text{cm}^2$ и $P_{ABC} = 40\text{cm}^2$ (4 бода).

4. (МЛ 48/2) Треба одредити све вредности n за које је $(5\sqrt{2})^n < 400$. Како је $5^4 = 625$, n највише може бити 3. Тада је $(5\sqrt{2})^3 = 250\sqrt{2} < 250 \cdot 1,5 = 375 < 400$. Дакле, n може имати вредност 1, 2 и 3 (20 бодова).

5. (МЛ 48/2) $\overline{bababa} = \overline{ba} \cdot 10101 = \overline{ba} \cdot 3 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 37 = \overline{ba} \cdot 7 \cdot 37 \cdot 39$, па је $(\overline{ba} \cdot 7) : 5$ једнако 35 или 41 (13 бодова). Како 41 није дељиво са 7, следи да је $\overline{ba} = 25$. Тражени бројеви су 35, 37 и 39 (7 бодова).

Општинско такмичење из математике
 ученика основних школа
 01.03.2014.

VII РАЗРЕД

1. Израчунај површину правоуглог троугла обима $(60 + 20\sqrt{3})\text{cm}$ чији је један оштри угао 30° .

2. Да ли је број $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} - 1 + \sqrt{2}$ рационалан или ирационалан?

3. Дат је троугао ABC . Тежишне дужи $t_a = 6\text{cm}$ и $t_b = 10\text{cm}$ су међусобно нормалне. Израчунај површину тог троугла.

4. Одреди све вредности природног броја n за које важи $(5\sqrt{2})^n < (2\sqrt{5})^4$.

5. Производ три узастопна непарна броја је 5 пута мањи од броја \overline{bababa} . Који су то бројеви?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
 Израда задатака траје 120 минута.
 Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.