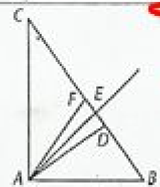
VI РАЗРЕД

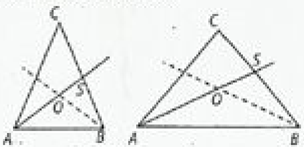
Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

1. Нека је ABC правоугли троугао са правим углом код A и $\measuredangle B = 54°$, $\measuredangle C = 36°$. Из правоуглог троугла ABD добијамо да је $\measuredangle BAD = 36°$ (**5 бодова**), а из једнакокраког троугла AFC да је $\measuredangle FAC = 36°$ (**7 бодова**). Како је AE симетрала $\measuredangle BAC$, а $\measuredangle BAD = \measuredangle FAC$, то је AE симетрала и $\measuredangle DAF$, па је $\measuredangle DAE = \measuredangle EAF = 9°$ (**8 бодова**).



2. (**МЛ 48/3**) Разломак $\frac{6}{7} = 0{,}8571428...$ је периодичан са периодом 857142 дужине 6. Збир цифара периоде је 27 (**10 бодова**). Како је $2014 = 335 \cdot 6 + 4$, то је тражени збир једнак $335 \cdot 27 + 8 + 5 + 7 + 1 = 9045 + 21 = 9066$ (**10 бодова**).

3. (**МЛ 48/3**) Нека симетрала $\measuredangle BAC = \alpha$ сече крак BC у тачки S. При томе угао од 57° може бити $\measuredangle BSA$ или $\measuredangle CSA$. Види слику!



У првом случају важи да је $\measuredangle BSA = 180° - \measuredangle BAS - \measuredangle SBA = 180° - \frac{\alpha}{2} - \alpha = 180° - \frac{3\alpha}{2} = 57°$, одакле је $\alpha = 82°$ (**8 бодова**), па је тражени угао 98° (**2 бода**).

У другом случају је $\measuredangle CSA$ спољашњи угао за троугао ABS, па је $\measuredangle CSA = \alpha + \frac{\alpha}{2} = \frac{3\alpha}{2} = 57°$, односно $\alpha = 38°$ (**8 бодова**). Тражени угао између симетрала углова на основици троугла је $\measuredangle AOB = 180° - \alpha$ и једнак је 142° (**2 бодова**).

4. Прости бројеви могу да се завршавају једном од цифара 1, 3, 7 или 9 и постоји по један прост број који се завршава цифром 2 и цифром 5 (**5 бодова**). Ако претпоставимо да постоји највише 249 бројева од датих који се завршавају истом цифром, онда би највише могло да буде $4 \cdot 249 + 2 = 998$ бројева. У ма коју од четири групе да сврстамо преостали број та група ће имати бар 250 простих бројева који се завршавају истом цифром, одакле следи тврђење (**15 бодова**).

5. (**МЛ 47/2**) Како је $210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, то се у производу шест различи-тих чинилаца морају наћи бројеви 1 и −1 (**6 бодова**). Како производ мора бити позитиван, то међу преостала четири броја један или три морају бити негативна. Ако је један број негативан, њега можемо изабрати на 4 начина: $-2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$; $2 \cdot (-3) \cdot 5 \cdot 7$; $2 \cdot 3 \cdot (-5) \cdot 7$; $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot (-7)$ (**7 бодова**). Ако су три броја негативна њих можемо изабрати, такође, на 4 начина: $-2 \cdot (-3) \cdot (-5) \cdot 7$; $-2 \cdot (-3) \cdot 5 \cdot (-7)$; $-2 \cdot 3 \cdot (-5) \cdot (-7)$; $2 \cdot (-3) \cdot (-5) \cdot (-7)$ (**7 бодова**). Дакле, број 210 можемо на 8 различитих начина представити као производ шест различитих чинилаца.

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Општинско такмичење из математике
ученика основних школа
01.03.2014.

VI РАЗРЕД

1. Прав угао троугла чији су оштри углови 36° и 54° подељен је на четири угла висином, симетралом угла и тежишном дужи које полазе из темена правог угла. Одреди величине та четири угла.

2. Нађи збир првих 2014 децимала броја $\frac{6}{7}$.

3. Симетрала угла BAC на основици AB једнакокраког троугла ABC гради са наспрамном страницом угао од 57°. Израчунај угао између симетрала углова на основици тог троугла.

4. Дато је 999 различитих простих бројева. Докажи да међу њима има бар 250 бројева који се завршавају истом цифром.

5. На колико начина се број 210 може написати као производ шест међусобно различитих целих бројева?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.