Министарство просвете и спорта Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

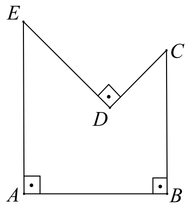
ОПШТИНСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА

15.03.2008.

VII РАЗРЕД

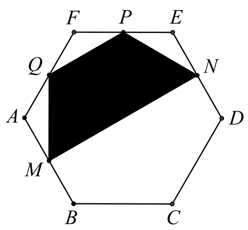
1. Ако је $x = \frac{1}{2}$, $y = -\frac{1}{2}$, израчунај:
$$(x-y)^3 - (x-y^3) + (-x \cdot y^3) - (-x \cdot y)^3.$$

2. Нађи обим многоугла на слици ако је $AE = 13cm$, $BC = 7cm$, $ED = 8cm$ и $CD = 6cm$ и ако је $\measuredangle EAB = \measuredangle ABC = \measuredangle CDE = 90°$.



3. Ако је $\sqrt{2} \cdot x - \sqrt{2} \cdot y = \sqrt{18}$, израчунај вредност израза
$$\frac{\sqrt{3} \cdot x}{3} - \frac{y}{\sqrt{3}}.$$

4. Одреди однос површина правилног шестоугла $ABCDEF$ и четвороугла $MNPQ$ на слици ако су M, N, P, Q средишта страница AB, DE, EF, FA.



5. Нађи просте троцифрене бројеве чији је производ цифара 252.

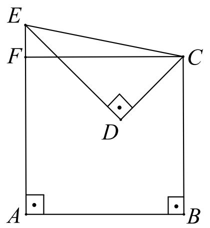
Сваки задатак бодује се са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА

VII РАЗРЕД

1. $\frac{27}{64}$ (**20 бодова**).

2.



Како је $EC = 10cm$ (**5 бодова**) и ако на AE означимо F тако да је $AF = BC$ то је $ABCF$ правоугаоник, а CEF правоугли троугао (**5 бодова**). Одавде закључујемо да је $AB = CF = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8cm$ (**5 бодова**). Дакле, $O_{ABCDE} = 8+7+6+8+13 = 42cm$ (**5 бодова**).

3. Из $\sqrt{2} \cdot x - \sqrt{2} \cdot y = \sqrt{18}$ следи да је $x - y = 3$ (**8 бодова**). Сада је $\frac{\sqrt{3} \cdot x}{3} - \frac{y}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} \cdot x}{3} - \frac{\sqrt{3} \cdot y}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot (x - y) = \sqrt{3}$ (**12 бодова**).

4. Означимо страницу шестоугла $ABCDEF$ са a. Површина четвороугла $MNPQ$ једнака је половини површине правилног шестоугла чија су темена средишта страница шестоугла $ABCDEF$. Означимо страницу тог шестоугла са b. Тада је $b = QP = \frac{1}{2}AE = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (**5 бодова**) (AE - краћа дијагонала правилног шестоугла). Дакле, тражени однос је

$$P_{ABCDEF} : P_{MNPQ} = \underbrace{\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}}_{\substack{\textbf{5}\\\textbf{бодова}}} : \underbrace{\frac{3b^2\sqrt{3}}{4}}_{\substack{\textbf{5}\\\textbf{бодова}}} = a^2 : \frac{3a^2}{8} = 8 : 3 \text{ (\textbf{5 бодова}).}$$

5. Како је $252 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$ (**5 бодова**), видимо да цифре тог троцифреног броја могу бити $4,\ 9$ и 7 или $6,\ 6$ и 7 (**5 бодова**). Како су сви троцифрени прости бројеви непарни, то су решења неки од бројева $479,\ 497,\ 749,\ 947$ или 667 (**5 бодова**). Како $7 \mid 497$, $7 \mid 749$ и $23 \mid 667$ то су тражени прости бројеви 479 и 947 (**5 бодова**).